Zmiany i wskaźniki cen

Procenty i indeksy

względna zmiana $$g = \frac{x_1 - x_0}{x_0}$$

x0 > 0; stopa jako ułamek, do procentów pomnóż przez 100. Przy wyznaczaniu x_0 potrzebne $g \neq -1$; dla $g = -1$ i $x_1 = 0$ wartości x_0 nie da się wyznaczyć.

indeks dynamiki $$I = 100\frac{x_1}{x_0}$$

x0 > 0; indeks bazowy wynosi 100.

stopa inflacji z CPI $$\pi = \frac{CPI_t}{CPI_{t-1}} - 1$$

Porównywalne indeksy CPI o tej samej podstawie; wynik jako ułamek.

indeks Laspeyresa cen $$I = 100\frac{\sum_i p_{it} q_{i0}}{\sum_i p_{i0} q_{i0}}$$

Stały koszyk bazowy; dodatni koszt koszyka w okresie bazowym.

Przychody koszty i wynik

Model przedsiębiorstwa

przychód całkowity $$TR = pq$$

Jednolita cena na jednostkę, brak rabatów zależnych od ilości.

koszt całkowity $$TC = FC + VC$$

TC, FC i VC są nieujemnymi kosztami tego samego okresu i modelu. Przy wyznaczaniu VC wymagamy TC ≥ FC.

wynik ekonomiczny $$\Pi = TR - TC$$

Koszty ekonomiczne mogą obejmować koszty alternatywne; nie utożsamiaj automatycznie z wynikiem księgowym. TR i TC dotyczą tego samego okresu, waluty i skali kwot. TC oznacza koszty ekonomiczne, w tym uwzględnione koszty alternatywne. Wynik księgowy odejmuje koszty księgowe i może mieć inną wartość.

koszt przeciętny $$AC = \frac{TC}{q}$$

Warunki [1]

przeciętny koszt zmienny $$AVC = \frac{VC}{q}$$

Warunki [1]

koszt krańcowy $$MC = \frac{dTC}{dq}$$

Różniczkowalny model kosztów; dla danych dyskretnych stosuje się przyrosty.

przychód krańcowy $$MR = \frac{dTR}{dq}$$

Różniczkowalny model przychodów.

ilościowy próg rentowności $$q_{BE} = \frac{FC}{p - v}$$

Stałe p i v; p > v; wynik ciągły zaokrągla się w górę przy niepodzielnych jednostkach.

marża sprzedażowa $$m = \frac{p - c}{p}$$

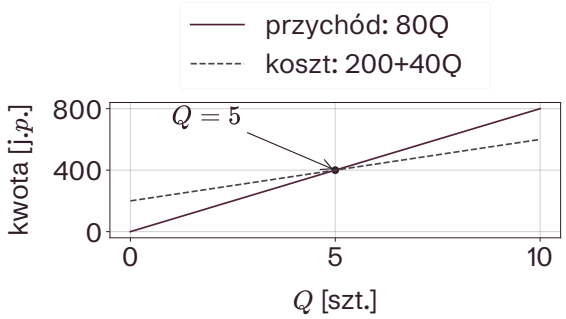
p > 0; ułamek ceny sprzedaży.

narzut na koszt $$n = \frac{p - c}{c}$$

c > 0; ułamek kosztu.

marża z narzutu $$m = \frac{n}{1 + n}$$

n > -1; cena dodatnia.



Próg rentowności na wykresie. Przykład: cena 80, koszt zmienny 40 na sztukę, koszt stały 200. Przychód i koszt zrównują się przy sprzedaży 5 sztuk. Model zakłada stałą cenę i jednostkowy koszt zmienny.

Podatki i wynagrodzenia

cena brutto z VAT $$B = N(1 + v)$$

v stawka jako ułamek, nie liczba procentowa; dla pozycji objętej jedną stawką. Stawka zależy od towaru, usługi i daty.

VAT zawarty w kwocie brutto $$VAT = B\frac{v}{1+v}$$

Jedna stawka v jako ułamek; v > –1, w typowym podatku v ≥ 0; uwzględnij zasady zaokrągleń dokumentu.

---

wynagrodzenie netto — bilans potrąceń $$N = B - S - H - P - D$$

Schemat rozliczenia: B brutto, S składki pracownika, H składka zdrowotna, P zaliczka podatkowa, D pozostałe potrącenia. Podstawy i stawki ustala aktualne prawo oraz sytuacja pracownika.

---

koszt zatrudnienia — bilans $$K = B + S_p + F_p + P_p$$

Składki i fundusze finansowane przez pracodawcę oraz inne wskazane koszty; nie jest to jedna uniwersalna stawka procentowa. Wszystkie składniki podaj w tej samej walucie i skali kwot oraz za ten sam okres rozliczeniowy; wynik jest kosztem tego okresu.

---

wydajność pracy $$W = \frac{Q}{L}$$

Q to produkcja w wybranej jednostce miary (np. sztukach), a L > 0 to nakład pracy w wybranej jednostce (np. roboczogodzinach albo osobach). Wynik podaj na tę samą jednostkę nakładu; nie mieszaj liczby pracowników i godzin. Skróty j.m. i j.n. oznaczają te wybrane jednostki.

---

wskaźnik odejść pracowników $$R = \frac{O}{\overline{Z}} \cdot 100\%$$

O odejścia w okresie, Z średnie zatrudnienie > 0; jasno określ rodzaje odejść w liczniku.

---

[1] q > 0; koszt i wielkość produkcji dotyczą tego samego okresu oraz tych samych produktów. Wielkość sprzedaży może być inna niż produkcja.

Popyt i rynek

Elastyczność i równowaga

punktowa elastyczność cenowa popytu $$\varepsilon_p = \frac{dq}{dp}\frac{p}{q}$$

p,q > 0, popyt różniczkowalny; wynik ze znakiem, zwykle ujemny.

łukowa elastyczność metodą środka $$\varepsilon_p = \frac{(q_2 - q_1)/(q_2 + q_1)}{(p_2 - p_1)/(p_2 + p_1)}$$

Dodatnie ceny i ilości, p2 ≠ p1; wynik ze znakiem.

---

elastyczność dochodowa $$\varepsilon_Y = \frac{dq}{dY}\frac{Y}{q}$$

Y,q > 0; różniczkowalny popyt przy pozostałych czynnikach stałych.

---

liniowy popyt $$q_d = a - bp$$

b > 0; stosować tylko w zakresie nieujemnego popytu.

---

liniowa podaż $$q_s = c + dp$$

d > 0; stosować tylko w zakresie nieujemnej podaży.

---

cena równowagi liniowego rynku $$p^* = \frac{a - c}{b + d}$$

qd = a-bp, qs = c+dp, b+d > 0; sprawdzić nieujemność ceny i ilości.

---

elastyczność cenowa podaży $$E_s = \frac{(q_1 - q_0)/q_0}{(p_1 - p_0)/p_0}$$

Skończone zmiany względem wartości początkowych: $q_0 > 0$, $p_0 > 0$, $p_1 \neq p_0$. Zachowaj te same jednostki ilości i ceny w obu punktach. Pozostałe warunki podaży powinny być stałe. To elastyczność ze zmian względem bazy początkowej, nie punktowa pochodna ani metoda środka.

Decyzje konsumenta i producenta

funkcja produkcji Cobba–Douglasa $$Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

A>0, K,L>0; suma wykładników opisuje korzyści skali w tym modelu.

Makroekonomia

Produkcja, dochód i praca

PKB metodą wydatkową $Y = C + I + G + X - M$

Liczymy tylko dobra i usługi finalne wytworzone w danym okresie. Import odejmujemy, bo jest już wliczony w C, I i G. Transfery, np. emerytury i zasiłki, nie są wydatkami G.

deflator PKB $$D = 100\frac{Y_N}{Y_R}$$

Nominalny i realny PKB dotyczą tego samego okresu. D = 100 oznacza ceny takie jak w roku bazowym, D = 110 ceny wyższe o 10%.

liczba aktywnych zawodowo $$L = E + U$$

Bezrobotny to osoba bez pracy, która jej aktywnie szuka i jest gotowa ją podjąć. Osoby, które nie pracują i nie szukają pracy, np. uczniowie i emeryci, są bierne zawodowo i nie wchodzą do L. E i U pochodzą z tego samego badania.

stopa bezrobocia $$u = \frac{U}{E + U}$$

Mianownikiem są aktywni zawodowo (pracujący i bezrobotni), a nie cała ludność. Wynik jest ułamkiem; pomnożony przez 100 daje procenty.

współczynnik aktywności zawodowej $$a = \frac{L}{P}$$

L i P dotyczą tej samej grupy wiekowej i tego samego badania. Osoby, które nie pracują i nie szukają pracy, np. uczniowie i emeryci, są w P, ale nie w L.

oszczędności gospodarstw $$S = Y_d - C$$

Dochód rozporządzalny to dochód po podatkach, razem z transferami. Dochód i konsumpcja dotyczą tego samego okresu.

prosty mnożnik wydatkowy $$k = \frac{1}{1 - c}$$

Model keynesowski bez podatków i importu, przy stałych cenach; 0 ≤ c < 1. Mnożnik mówi, ile razy zmiana wydatków autonomicznych, np. inwestycji albo wydatków państwa, zmienia PKB. Im większa część dodatkowego dochodu jest oszczędzana, tym mniejszy mnożnik.

Wartość pieniądza w czasie

Kapitalizacja i dyskontowanie

odsetki proste $$FV = PV(1 + rn)$$

Stała stopa na okres; bez kapitalizacji odsetek.

procent składany $$FV = PV(1 + r)^n$$

Stała stopa na okres r > -1; brak wpłat i wypłat po drodze. n jest nieujemną liczbą całkowitą zakończonych okresów kapitalizacji.

dyskontowanie pojedynczej kwoty $$PV = \frac{FV}{(1 + r)^n}$$

Stała stopa na okres r > -1; stopa i liczba okresów w tej samej skali. n jest nieujemną liczbą całkowitą zakończonych okresów kapitalizacji; wzór odwraca model procentu składanego.

kapitalizacja wielokrotna w roku $$FV = PV\left(1 + \frac{r_a}{m}\right)^{mt}$$

Nominalna stopa roczna; m dodatnie całkowite; r_a/m > -1. m jest dodatnią liczbą całkowitą, 1 + r_a/m > 0, a mt liczbą zakończonych okresów kapitalizacji; nie opisujemy tu odsetek za niepełny okres.

efektywna stopa roczna $$r_{eff} = \left(1 + \frac{r_a}{m}\right)^m - 1$$

m kapitalizacji rocznie, stała nominalna stopa roczna.

kapitalizacja ciągła $$FV = PVe^{r_a t}$$

Stała roczna intensywność oprocentowania; t w latach.

realna stopa zwrotu $$r_{real} = \frac{1 + r}{1 + \pi} - 1$$

Stopa nominalna i inflacja dla tego samego okresu; pi > -1.

wartość obecna renty zwykłej $$PV = A\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

Płatności na końcu okresu, stałe A,r; r > -1 i r ≠ 0; dla r = 0: PV = nA. Liczba płatności n jest dodatnią liczbą całkowitą; stopę r podaj jako ułamek dziesiętny na okres płatności.

wartość przyszła renty zwykłej $$FV = A\frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Płatności na końcu okresu; r > -1 i r ≠ 0; dla r = 0: FV = nA. Liczba płatności n jest dodatnią liczbą całkowitą; stopę r podaj jako ułamek dziesiętny na okres płatności. Płatność A i stopa r na okres są stałe w każdym z n okresów.

równa rata kredytu $$A = L\frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$

Raty na końcu okresu, stała stopa, brak opłat; n > 0 całkowite, r > -1 i r ≠ 0; przy r = 0: A = L/n. Liczba płatności n jest dodatnią liczbą całkowitą; stopę r podaj jako ułamek dziesiętny na okres płatności.

Ocena inwestycji i finanse firmy

Przepływy i wskaźniki

wartość bieżąca netto $$NPV = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

Stopa r i odstępy między przepływami dotyczą tego samego okresu (np. oba roczne). Wpływy zapisuj ze znakiem +, wydatki ze znakiem −. NPV > 0: inwestycja zarabia więcej niż stopa r, którą dałaby alternatywa; NPV < 0: alternatywa jest lepsza.

wewnętrzna stopa zwrotu $$0 = \sum_{t=0}^{n} \frac{CF_t}{(1+IRR)^t}$$

Najpierw wydatek, potem wpływy (jedna zmiana znaku); przy kilku zmianach znaku IRR może mieć kilka wartości albo żadnej. Przepływy są w równych odstępach. Inwestycja się opłaca, gdy IRR jest wyższa od stopy, którą dałaby alternatywa (np. lokata).

rentowność aktywów $$ROA = \frac{NI}{\bar{A}}$$

Ā to średnia dwóch stanów: (A na początku + A na końcu)/2, Ā > 0. Jeśli zadanie każe użyć aktywów z końca roku, podstaw je zamiast Ā; to inny wariant wskaźnika.

rentowność kapitału własnego $$ROE = \frac{NI}{\bar{E}}$$

Ē to średni kapitał własny z tego samego okresu co wynik netto. Przy ujemnym kapitale własnym ROE traci sens, dlatego kalkulator go nie liczy.

płynność bieżąca $$CR = \frac{CA}{CL}$$

Zobowiązania krótkoterminowe CL > 0. CR < 1 oznacza, że aktywa obrotowe nie pokrywają zobowiązań krótkoterminowych.

kapitał obrotowy netto $$NWC = CA - CL$$

Aktywa i zobowiązania z tego samego dnia bilansowego. NWC < 0 oznacza, że zobowiązania krótkoterminowe przewyższają aktywa obrotowe; w handlu detalicznym i gastronomii, gdzie klienci płacą od razu, bywa to normalne.

wskaźnik zadłużenia aktywów $$DR = \frac{D}{A}$$

Aktywa A > 0; D to zobowiązania ogółem, nie tylko dług odsetkowy. DR = 0,6 oznacza, że 60% majątku sfinansowano zobowiązaniami; DR > 1 oznacza ujemny kapitał własny.

Dodatkowe wskaźniki

płynność szybka $$QR = \frac{CA - Zap - P}{CL}$$

Od aktywów obrotowych odejmujemy zapasy Zap oraz czynne rozliczenia międzyokresowe P. Gdy zadanie odejmuje tylko zapasy, wpisz P = 0. CL > 0.

płynność gotówkowa $$CashR = \frac{C}{CL}$$

C obejmuje środki pieniężne i ekwiwalenty wskazane w zadaniu; CL > 0.

rentowność sprzedaży netto $$ROS = \frac{NI}{S}$$

S > 0. ROS = 0,03 oznacza 3 grosze zysku netto z każdej złotówki sprzedaży.

dni rotacji zapasów $$DIO = \frac{\overline{Zap}}{COGS}d$$

Średni zapas i koszt własny sprzedaży (COGS) z tego samego okresu o długości d dni; COGS > 0. Gdy zadanie liczy rotację względem przychodów ze sprzedaży, podstaw je w miejsce COGS.

dni spływu należności $$DSO = \frac{\overline{AR}}{S_c}d$$

Średnie należności i sprzedaż z tego samego okresu o długości d dni, obie kwoty z VAT albo obie bez VAT. Gdy zadanie podaje tylko przychody ze sprzedaży, podstaw je w miejsce S_c.

dni spłaty zobowiązań $$DPO = \frac{\overline{AP}}{P_c}d$$

Średnie zobowiązania i zakupy z tego samego okresu o długości d dni, obie kwoty z VAT albo obie bez VAT; $P_c > 0$. Gdy zadanie podaje koszt własny sprzedaży zamiast zakupów, podstaw go w miejsce P_c.

cykl konwersji gotówki $$CCC = DIO + DSO - DPO$$

DIO, DSO i DPO policz przy tej samej liczbie dni w roku (365 albo 360). CCC < 0 oznacza, że dostawcy czekają na zapłatę dłużej, niż firma czeka na pieniądze od klientów.

średni ważony koszt kapitału

$$WACC = \frac{E}{D+E}r_E + \frac{D}{D+E}r_D(1-T)$$

E i D to wartości kapitału własnego i długu (najlepiej rynkowe; w zadaniu mogą być księgowe), E + D > 0. Stopy r_E, r_D i T wpisuj jako ułamki (0,19) albo z jednostką %. Koszt długu mnożymy przez (1 − T), bo odsetki obniżają podatek.

stopień dźwigni operacyjnej $DOL = \frac{S - K_v}{EBIT}$

Koszty stałe się nie zmieniają, a koszty zmienne rosną proporcjonalnie do sprzedaży. Wynik dotyczy niewielkich zmian sprzedaży przy EBIT > 0: DOL = 2 znaczy, że sprzedaż o 1% wyższa daje EBIT o 2% wyższy.

stopień dźwigni finansowej $DFL = \frac{EBIT}{EBIT - I}$

Odsetki I są stałe. DFL = 1,5 znaczy, że EBIT o 1% wyższy daje zysk przed opodatkowaniem o 1,5% wyższy. Gdy EBIT ≤ I, firma ma stratę po odsetkach i ta interpretacja nie działa.

Zatrudnienie i wynagrodzenia

przychody na jednego zatrudnionego $W_P = \frac{S}{L}$

Przychody i zatrudnienie dotyczą tej samej firmy i tego samego okresu; L > 0. Zatrudnienie bierz ze stanu albo średnie, zgodnie z zadaniem.

zysk na jednego zatrudnionego $W_Z = \frac{NI}{L}$

Zysk i zatrudnienie dotyczą tej samej firmy i tego samego okresu; L > 0. Zatrudnienie bierz ze stanu albo średnie, zgodnie z zadaniem.

rentowność wynagrodzeń $R_W = \frac{NI}{W}$

Zysk netto i wynagrodzenia dotyczą tego samego okresu; W > 0. Ujemny wynik oznacza stratę.

Rachunkowość i koszty

Bilans i wycena

równanie bilansowe $A = E + L$

A to suma aktywów, E to kapitał własny, L obejmuje wszystkie pozostałe pasywa: zobowiązania, rezerwy na zobowiązania i rozliczenia międzyokresowe. Bilans na ten sam dzień, zgodne zasady wyceny.

amortyzacja liniowa $D = \frac{V_0 - V_R}{n}$

Jednakowe okresy; V_R wartość rezydualna, n okres użytkowania. Amortyzacja bilansowa może różnić się od podatkowej. Kwoty V_0 i V_R podaj w tej samej walucie i skali, $0 \le V_R \le V_0$. n > 0 to liczba jednakowych okresów: np. 5 lat daje odpis roczny, a 60 miesięcy odpis miesięczny. D jest kwotą odpisu za jeden taki okres. To model amortyzacji bilansowej, nie wyliczenie podatku. Przy wyznaczaniu n potrzebne D > 0, czyli $V_R < V_0$; gdy $V_R = V_0$, odpis jest zerowy, a n nie jest wyznaczone.

amortyzacja według malejącego salda

$$D_t = \min\left(rB_{t-1},\ B_{t-1} - V_r\right)$$

0 ≤ r ≤ 1 to przyjęta stopa odpisu, B_{t-1} to wartość przed odpisem, V_r to wartość rezydualna; $B_{t-1} \ge V_r \ge 0$. Funkcja min wybiera mniejszą kwotę, aby nie zejść poniżej wartości rezydualnej. Wszystkie kwoty w tej samej jednostce pieniężnej. To model bilansowy; wariant podatkowy ma dodatkowe warunki.

średnia ważona cena zapasu $\bar{c} = \frac{\sum_i q_i c_i}{\sum_i q_i}$

Jednorodne zapasy, ilości i ceny w zgodnych jednostkach; suma ilości dodatnia.

bilans ilościowy zapasów $Z_k = Z_p + P - R$

Ten sam towar i okres; P przychody ilościowe, R rozchody; korekty i straty uwzględnij osobno, jeśli występują.

jednostkowy koszt wytworzenia $k_j = \frac{K}{Q}$

Jednorodna produkcja zakończona, Q > 0; produkcja w toku i wiele asortymentów wymagają właściwej kalkulacji.

rozliczenie kosztów pośrednich $K_i = K_p \frac{b_i}{\sum_j b_j}$

Klucz rozliczeniowy b odpowiada powstawaniu kosztów. Wszystkie podstawy b podaj w tej samej wybranej jednostce (j.b., np. roboczogodzinach albo złotych kosztu bezpośredniego); suma podstaw musi być dodatnia. K_i i K_p mają tę samą walutę.

wskaźnik odchyleń od cen ewidencyjnych

$$w_o = \frac{O_p + O_1}{E_p + E_1} \qquad N_o = w_o E_r$$

Jedna pula rozliczeniowa i jeden okres. Odchylenia = koszt rzeczywisty minus wartość ewidencyjna, ze znakiem. Kwoty w tej samej walucie; $E_p + E_1 > 0$ oraz $0 \le E_r \le E_p + E_1$. Współczynnik w_o jest ułamkiem. Procentowy wskaźnik to $100w_o$, a N_o jest kwotą przypisaną do rozchodu. Nie jest to narzut zysku na koszt.

Kalkulacje handlowe

Cena towaru

cena jednostkowa po rabatach i VAT

$$p = \frac{C(1 - r_1)(1 - r_2)(1 + v)}{q}$$

Rabaty liczysz kolejno, każdy od ceny już obniżonej; 10% wpisz jako 0,10. Stawkę VAT bierzesz z zadania. Zaokrąglij dopiero wynik końcowy.

Partia towaru: rabaty, VAT, cena za kilogram

etap	działanie	wynik
pierwszy rabat	100 zł · 0,90	90 zł netto
drugi rabat	90 zł · 0,95	85,50 zł netto
VAT podany w zadaniu	85,50 zł · 1,23	105,165 zł brutto
cena jednostkowa	105,165 zł / 5 kg	21,03 zł/kg

Partia towaru: rabaty, VAT, cena za kilogram. Partia 5 kg kosztuje 100 zł netto. Kolejne rabaty: 10% i 5%, stawka VAT: 23%. Łączny rabat to 14,5%, ponieważ drugi rabat liczymy od obniżonej ceny. Końcową cenę jednostkową zaokrąglamy do groszy.

Pojemność magazynu

wykorzystanie pojemności użytkowej magazynu

$$k = \frac{V_z}{V_u}$$

Obie pojemności liczysz według tej samej definicji i w tych samych jednostkach. To wskaźnik objętości, nie powierzchni, miejsc paletowych ani dopuszczalnej masy.

Pojemność użytkowa: co oznacza 60%

pozycja	objętość	udział
zajęta pojemność	360 m³	60%
wolna pojemność	240 m³	40%
cała użytkowa	600 m³	100%

Pojemność użytkowa: co oznacza 60%. Zajęte 360 m³ spośród 600 m³ pojemności użytkowej oznacza k = 0,60, czyli 60%. Wolne zostaje 240 m³, czyli 40% pojemności użytkowej. Wskaźnik nie potwierdza możliwości ułożenia każdego ładunku ani dopuszczalnego obciążenia regałów.